



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN TIMIȘ
Str. Dr. Liviu Gabor nr. 1, 300004, Timișoara,
Tel +40 (0)256 305799, Fax2mail +40 (0)371 627683
registratura@isjtm.ro, www.isj.tm.edu.ro
Operator de date cu caracter personal nr.18818



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI
CERCETĂRII

Inspectoratul Școlar Județean Timiș

Societatea de Științe Matematice din România

Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Timiș
5.02.2026

Clasa a XII-a

(20p) 1. Determinați:

a) $\int \frac{x}{1+x+e^x} dx, x \in (0, \infty);$

b) $\int \frac{1}{x^3+x^7} dx, x \in (0, \infty).$

(Supliment Gazeta Matematică)

(20p) 2. Fie $(G, \cdot)$ un grup cu proprietatea că dacă $a, b \in G$, $a^2b = ba^2$ atunci $ab = ba$. Arătați că dacă $|G| = 2^n$, atunci $(G, \cdot)$ este grup abelian.

(20p) 3. a) Arătați că orice primitivă a funcției $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \arctg x + \frac{x^3}{3} - x$ este crescătoare;

b) Calculați $\int \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)(x^2+c^2)} dx, x \in \mathbb{R}, a, b, c \in \mathbb{R}, a, b, c > 0, a \neq b \neq c \neq a.$

(30p) 4. Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ și mulțimea $Q(\varepsilon) = \{a + b\varepsilon | a, b \in \mathbb{Q}\}.$

a) Calculați $(1 + \varepsilon)^n, n \in \mathbb{N};$

b) Arătați că inversul oricărui element nenul din $(Q(\varepsilon), \cdot)$ este din $Q(\varepsilon);$

c) Arătați că mulțimea $M = \{a^2 - ab + b^2 | a, b \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a lui $\mathbb{Z}$ în raport cu înmulțirea numerelor întregi.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de 3 ore.
3. Din oficiu se acordă 10 puncte.

Succes!